

Colle n°3 - semaine du 23 au 29 septembre 2024

Format possible

- question de cours : formules, définitions, propriétés, théorèmes, **démonstrations de ce programme** ;
- application directe du cours : exercice du même type que ceux du cours (faisable assez rapidement) ;
- exercice libre de type "oral de concours" (faisable en 20 à 30 mn sans préparation).

Formulaire [c'est ici]

Connaître le formulaire de trigonométrie, des fonctions usuelles, croissances comparées, équivalents, dérivées et développements limités usuels, et le formulaire de géométrie dans le plan.

Chapitre n°2 : Courbes planes [cours] [TD]

1 Éléments de géométrie euclidienne dans le plan

1.1 Norme, produit scalaire et produit mixte

Produit scalaire de $\mathbb{R}^2$, norme associée, caractérisation de l'orthogonalité, propriétés du produit scalaire ; produit mixte de $\mathbb{R}^2$, caractérisation de la colinéarité, propriétés du produit mixte.

1.2 Droites et cercles dans le plan

Droite vectorielle $\text{Vect}(\vec{u})$, droite affine $D = A + \text{Vect}(\vec{u})$, caractérisation par une représentation paramétrique, une équation cartésienne ou une équation de graphe, distance d'un point à une droite ; caractérisation d'un cercle par une équation cartésienne ou une représentation paramétrique, cas des cercles définis par un diamètre, intersection d'une droite et d'un cercle.

Démonstration exigible : Propriété 3

2 Fonctions vectorielles à valeurs dans $\mathbb{R}^2$

2.1 Limites et continuité

Fonction de la variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}^2$, coordonnées, vecteur limite en a , continuité en $a \in I$ et sur I , caractérisations par les coordonnées.

2.2 Dérivabilité et classes $\mathcal{C}^n$

Dérivabilité en a , sur I , fonction dérivée sur I , caractérisation par les coordonnées, dérivée d'une combinaison linéaire, d'une composée à droite par une fonction réelle, d'un produit par une fonction réelle, d'un produit scalaire ; fonctions de classe $\mathcal{C}^n$, caractérisation par les coordonnées, dérivée n -ième d'une combinaison linéaire, d'un produit par une fonction réelle, d'un produit scalaire (formules de Leibniz), formule de Taylor-Young.

Démonstrations exigibles : Théorème 5 et Propriété 5

3 Courbes paramétrées du plan

3.1 Notion de courbe paramétrée et tangente

Courbe paramétrée, courbe plane définie par un paramétrage ou une équation cartésienne, point régulier, stationnaire, courbe régulière, tangente, vecteur directeur d'une tangente en un point régulier, en un point stationnaire.

Démonstrations exigibles : Théorème 10 et Théorème 11

3.2 Plan d'étude d'une courbe paramétrée

Réduction du domaine d'étude (dans des cas simple ou guidée) ; étude des variations conjointes des fonctions coordonnées ; étude locale de la position de la courbe par rapport à une tangente, point ordinaire, d'inflexion, de rebroussement de première espèce ou de deuxième espèce ; étude des branches infinies, droites asymptotes, branches paraboliques ; tracé de la courbe.

3.3 Enveloppe d'une famille de droites

Définition de l'enveloppe d'une famille de droite indexée sur un intervalle de $\mathbb{R}$, théorème d'existence et méthode de recherche d'une enveloppe.