

Colle n°1 - semaine du 9 au 15 septembre 2024

Format possible

- question de cours : formules, définitions, propriétés, théorèmes (énoncés précis) ;
- application directe du cours : exercice du même type que ceux du cours (faisable assez rapidement) ;
- exercice libre de type "oral de concours" (faisable en 20 à 30 mn sans préparation).

Formulaire [c'est ici]

Connaître le formulaire des fonctions usuelles, les croissances comparées, équivalents, dérivées et développements limités usuels.

Chapitre n°1 : Fonctions de la variable réelle [cours] [TD]

1 Limites d'une fonction

1.1 Distance entre deux réels

Valeur absolue, graphe, interprétation comme distance, propriétés algébriques, inégalité triangulaire, caractérisation des fonctions bornées par la valeur absolue majorée.

1.2 Limite en a

Limite finie ou infinie en $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$, unicité, cas où f est définie en a , limites à gauche et à droite en $a \in \mathbb{R}$, composition avec une suite.

1.3 Limites et comparaisons

Voisinage de $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$, si f admet une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a , théorème d'existence d'une limite finie par encadrement, d'une limite infinie par majoration ou minoration, passage à la limite dans une inégalité large, croissances comparées usuelles, théorème de la limite monotone.

2 Régularité d'une fonction

2.1 Continuité d'une fonction

Continuité, prolongement par continuité, théorème des valeurs intermédiaires, image d'un intervalle par une fonction continue, corollaire du T.V.I. (cas des fonctions strictement monotones), théorème de la bijection, théorème des bornes atteintes, image d'un segment par une fonction continue.

2.2 Dérivabilité d'une fonction

Dérivabilité, la dérivabilité entraîne la continuité, caractérisation de la dérivabilité par le DL_1 , interprétation géométrique de la limite d'un taux d'accroissement, équation d'une tangente, condition nécessaire d'existence d'un extremum en un point intérieur, théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, inégalité des accroissements finis, caractérisation des fonctions monotones et constantes parmi les fonctions dérivables, théorème de la limite de la dérivée.

2.3 Fonctions de classe $\mathcal{C}^n$

Dérivées successives, classes $\mathcal{C}^n$ et $\mathcal{C}^\infty$, dérivées de exp, sin et cos, dérivée n -ième d'une combinaison linéaire, d'un produit (formule de Leibniz), théorèmes généraux (somme, produit, quotient, composée) pour les fonctions $\mathcal{C}^n$ et dérivée d'une composée, théorème de la bijection réciproque $\mathcal{C}^n$ et dérivée d'une réciproque.

3 Analyse asymptotique

3.1 Relations de comparaison

Relations de comparaison pour les fonctions, propriétés et lien entre ces différentes relations, opérations sur les " $o(x^n)$ " en 0, équivalents usuels, opérations compatibles avec la relation d'équivalence, transfert du signe et de la limite par équivalence.

3.2 Développements limités

DL_n en $a \in \mathbb{R}$, unicité et troncature, obtention d'un DL par primitivation, formule de Taylor-Young, DL usuels en 0, savoir calculer le DL d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'une composée, d'un quotient, savoir calculer un équivalent simple, une limite et faire une étude locale (position courbe/tangente, extremum, point d'inflexion) à l'aide des DL.